АКАДЕМИЯ НАУК СССР

ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР

МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

4

МОСКВА · 1978

УДК 539.3.01

ОБ ОДНОЙ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ДВУХ СОЕДИНЕННЫХ АНИЗОТРОПНЫХ КЛИНЬЕВ

С. Е. МИХАЙЛОВ

(Москва)

При помощи прямого и обратного преобразования Мелина строится решение для двух соединенных клиньев из различных анизотропных материалов, находящихся в условиях плоской деформации или обобщенного плоского напряженного состояния. К граням составного клина приложены нормальные и касательные усилия. Исследуется степень сингулярности напряжений в вершине клина.

Задачи о составном изотропном и об однородном анизотропном клине рассматривались в [1–9]. Данная работа является обобщением предложенной в них методики на случай двух связанных анизотропных клиньев.

Пусть D' и D'' – два клина, жестко соединенных вдоль общей границы. Введем декартовы x, y и полярные r, φ координаты, как показано на фигуре. Граничные условия ($\varphi_2 \leqslant 0 \leqslant \varphi_1$, $\varphi_1 - \varphi_2 \leqslant 2\pi$):

$$\begin{gathered}\sigma_\varphi'(r, \varphi_1) = n'(r), \quad \tau_{r\varphi}'(r, \varphi_1) = t'(r), \quad \sigma_\varphi''(r, \varphi_2) = n''(r), \quad \tau_{r\varphi}''(r, \varphi_2) = t''(r) \\ \sigma_\varphi'(r, 0) = \sigma_\varphi''(r, 0), \quad \tau_{r\varphi}'(r, 0) = \tau_{r\varphi}''(r, 0), \quad u_r'(r, 0) = u_r''(r, 0), \quad u_\varphi'(r, 0) = u_\varphi''(r, 0)\end{gathered} \tag{1}$$

Продифференцируем последние два равенства по r:

$$\frac{\partial u_r'(r,0)}{\partial r} = \frac{\partial u_r''(r,0)}{\partial r}, \qquad \frac{\partial u_\varphi'(r,0)}{\partial r} = \frac{\partial u_\varphi''(r,0)}{\partial r} \tag{2}$$

Упругое состояние каждого клина будет определяться решениями следующего уравнения:

$$\beta_{22} \frac{\partial^4 f}{\partial x^4} - 2\beta_{26} \frac{\partial^4 f}{\partial x^3 \partial y} + (2\beta_{12} + \beta_{66}) \frac{\partial^4 f}{\partial x^2 \partial y^2} - 2\beta_{16} \frac{\partial^4 f}{\partial x \partial y^3} + \beta_{11} \frac{\partial^4 f}{\partial y^4} = 0 \tag{3}$$

Характеристическое уравнение для (3) имеет вид

$$\beta_{11}\mu^4 - \beta_{16}\mu^3 + (2\beta_{12} + \beta_{66})\mu^2 - 2\beta_{26} + \beta_{22} = 0 \tag{4}$$

Здесь $\beta_{km} = a_{km}$ для обобщенного плоского напряженного и $\beta_{km} = a_{km} - a_{k3}a_{m3}/a_{33}$ для плоского деформированного состояния, a_{km} – упругие константы материала [10]. Пусть

$$z_j = x + \mu_j y, \quad D_j = d/dz_j, \quad a_j = \cos\varphi + \mu_j \sin\varphi, \quad b_j = \mu_j \cos\varphi - \sin\varphi$$

Тогда (см. [10]) в случае неравных корней μ_j уравнения (4) получим

$$\begin{gathered}\sigma_r = \sum_{j=1}^{4} b_j^2 D_j^2 f_j, \qquad \sigma_\varphi = \sum_{j=1}^{4} a_j^2 D_j^2 f_j, \qquad \tau_{r\varphi} = -\sum_{j=1}^{4} a_j b_j D_j^2 f_j \\ \frac{\partial u_r}{\partial r} = \sum_{j=1}^{4} a_j (p_j \cos\varphi + q_j \sin\varphi) D_j^2 f_j, \qquad \frac{\partial u_\varphi}{\partial r} = \sum_{j=1}^{4} a_j (q_j \cos\varphi - p_j \sin\varphi) D_j^2 f_j\end{gathered} \tag{5}$$

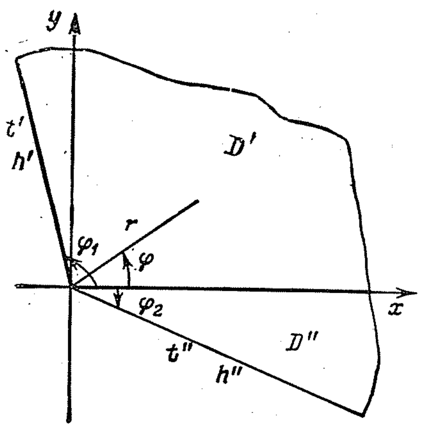
В случае попарно равных корней $\mu_j(\mu_1 = \mu_3,\ \mu_2 = \mu_4)$ будем иметь

$$\sigma_r = \sum_{j=1}^{2} [b_j^2 (D_j^2 f_j + z_k D_j^2 g_j) + 2 b_j b_k D_j g_j], \qquad \sigma_\varphi = \sum_{j=1}^{2} [a_j^2 (D_j^2 f_j + z_k D_j^2 g_j) + 2 a_j a_k D_j g_j]$$

$$\tau_{r\varphi} = \sum_{j=1}^{2} [a_j^2 b_j (D_j^2 f_j + z_k D_j^2 g_j) + (a_j b_k + a_k b_j) D_j g_j]$$

$$\frac{\partial u_r}{\partial r}=\sum_{j=1}^{2}[h_1 a_j^2(D_j^2 f_j+z_k D_j^2 g_j)+(h_1+h_2)a_j a_k D_j g_j]$$

$$\frac{\partial u_\varphi}{\partial r}=\sum_{j=1}^{2}[h_1 a_j b_j(D_j^2 f_j+z_k D_j^2 g_j)+(h_1 a_k b_j+h_2 a_j b_k)D_j g_j] \qquad (6)$$



Здесь $k=3-j$, $\mu_1=\overline{\mu_2}$, $\mu_3=\overline{\mu_4}$; $f_j=f_j(z_j)$, $g_j=g_j(z_j)$ – аналитические функции своих аргументов, причем

$$\overline{f_1(z_1)}=f_2(z_2),\quad \overline{f_3(z_3)}=f_4(z_4)$$
$$g_1(z_1)=g_2\overline{(z_2)}$$

$$p_j=\beta_{11}\mu_j+\beta_{12}-\beta_{16}\mu_j,\qquad q_j=\beta_{12}\mu_j+\beta_{22}\mu_j^{-1}-\beta_{26}$$

$$h_1=\beta_{12}-\mu_1\mu_2\beta_{11},\qquad h_2=h_1-\beta_{11}(\mu_1-\mu_2)^2$$

Рассмотрим преобразование Мелина аналитической функции $v(z)=v(x+\mu y)$, где μ – некоторая комплексная константа, $\langle v(z)\rangle$ – трансформанта Мелина, тогда

$$\langle v(z)\rangle=\int_0^\infty v(x+\mu y)r^{s-1}\,dr=a^{-s}(\varphi)V(s)$$

$$a(\varphi)=\cos\varphi+\mu\sin\varphi,\quad V(s)=\int_0^\infty v(z)z^{s-1}\,dz$$

Но если $v(z)$ аналитична в некотором секторе $\psi_1<\varphi<\psi_2$, $0<r<\infty$; $|v(z)|=O(r^\xi)$, $r\to0$; $|v(z)|=O(r^\eta)$, $r\to\infty$; $\eta<\xi$, то $V(s)$ существует в полосе $-\xi<\operatorname{Re}s<-\eta$ и не зависит от радиуса интегрирования, т. е. от угла φ в заданном секторе. Обратное преобразование определим обычным образом

$$v(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty}\langle v(z)\rangle r^{-s}\,ds$$

Будем искать решение, удовлетворяющее следующим условиям:

$$|\sigma_{ij}|=O(r^{-1+\alpha}),\quad r\to0,\quad \alpha>0;\quad |\sigma_{ij}|=O(r^{-1-\beta}),\quad r\to\infty,\quad \beta\geqslant0 \qquad (7)$$

Тогда в полосе $1-\alpha<\operatorname{Re}s<1+\beta$ существует преобразование Мелина. Применим преобразование Мелина к выражениям (5), (6). В случае неравных корней μ_j получим

$$\langle\sigma_r\rangle=\sum_{j=1}^{4}a_j^{-s}b_j^2F_j,\qquad \langle\sigma_\varphi\rangle=\sum_{j=1}^{4}a_j^{2-s}F_j,\qquad \langle\tau_{r\varphi}\rangle=-\sum_{j=1}^{4}a_j^{1-s}b_jF_j$$

$$\left\langle\frac{\partial u_r}{\partial r}\right\rangle=\sum_{j=1}^{4}a_j^{-s}(p_j\cos\varphi+q_j\sin\varphi)F_j,\quad \left\langle\frac{\partial u_\varphi}{\partial r}\right\rangle=\sum_{j=1}^{4}a_j^{-s}(q_j\cos\varphi-p_j\sin\varphi)F_j \qquad (8)$$

В случае попарно равных корней μ_j будем иметь

$$\langle\sigma_r\rangle=\sum_{j=1}^{2}a_j^{-s}b_j^2[F_j+(2b_j^{-1}b_k-sa_j^{-1}a_k)G_j],\qquad \langle\sigma_\varphi\rangle=\sum_{j=1}^{2}a_j^{2-s}[F_j+(2-s)a_j^{-1}a_kG_j]$$

$$\langle\tau_{r\varphi}\rangle=-\sum_{j=1}^{2}a_j^{1-s}b_j\{F_j+[(1-s)a_j^{-1}a_k+b_j^{-1}b_k]G_j\}$$

$$\left\langle\frac{\partial u_r}{\partial r}\right\rangle=\sum_{j=1}^{2}a_j^{2-s}\{h_1F_j+a_j^{-1}a_k[(1-s)h_1+h_2]G_j\} \qquad (9)$$

$$\left\langle\frac{\partial u_\varphi}{\partial r}\right\rangle=\sum_{j=1}^{2}a_j^{1-s}b_j\{h_1F_j+[(1-s)h_1a_j^{-1}a_k+h_2b_j^{-1}b_k]G_j\}$$

$$F_j=\int_0^\infty D_j^2f_j(z_j)z_j^{s-1}\,dz_j,\qquad G_j=\int_0^\infty D_jg_j(z_j)z_j^{s-1}\,dz_j$$

Рассмотрим три возможных случая: оба клина состоят из материалов, каждый из которых не имеет одинаковых корней μ_j; оба клина состоят из материалов с попарно равными корнями μ_j; один клин (D') состоит из материала с разными μ_j, другой – с попарно равными.

Применяя к выражениям (1), (2) преобразование Мелина и учитывая (8), (9), для всех трех случаев получаем систему (верхний индекс соответствует номеру случая)

$$\sum_{j=1}^{8}B_{ij}^kU_j^k=T_i\qquad (i=1,\dots,8) \qquad (10)$$

$$U_j^1=[F_1',F_2',F_3',F_4',F_1'',F_2'',F_3'',F_4''],$$
$$U_j^2=[F_1',F_2',G_1',G_2',F_1'',F_2'',G_1'',G_2'']$$
$$U_j^3=[F_1',F_2',F_3',F_4',F_1'',F_2'',G_1'',G_2''],$$
$$T_j=[\langle n'\rangle,\langle -t'\rangle,\langle n''\rangle,\langle -t''\rangle,0,0,0,0]$$

Матрица коэффициентов B_{ij}^1 равна

$$\begin{Vmatrix}
a_1^{2-s} & a_2^{2-s} & a_3^{2-s} & a_4^{2-s} & 0 & 0 & 0 & 0\\
a_1^{1-s}b_1 & a_2^{1-s}b_2 & a_3^{1-s}b_3 & a_4^{1-s}b_4 & 0 & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & a_5^{2-s} & a_6^{2-s} & a_7^{2-s} & a_8^{2-s}\\
0 & 0 & 0 & 0 & a_5^{1-s}b_5 & a_6^{1-s}b_6 & a_7^{1-s}b_7 & a_8^{1-s}b_8\\
1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1\\
\mu_1 & \mu_2 & \mu_3 & \mu_4 & -\mu_5 & -\mu_6 & -\mu_7 & -\mu_8\\
p_1 & p_2 & p_3 & p_4 & -p_5 & -p_6 & -p_7 & -p_8\\
q_1 & q_2 & q_3 & q_4 & -q_5 & -q_6 & -q_7 & -q_8
\end{Vmatrix}$$

Матрицы B_{ij}^2 и B_{ij}^3 ввиду громоздкости выписывать не будем. Здесь и далее считается, что в области D' индексы у μ_i, a_j, b_j изменяются от 1 до 4, а в области D'' – от 5 до 8; также (только здесь) считалось, что $a_j=a_j(\varphi_1)$, $b_j=b_j(\varphi_1)$, $j=1,\dots,4$; $a_j=a_j(\varphi_2)$, $b_j=b_j(\varphi_2)$, $j=5,\dots,8$.

Пусть $\det(B_{ij})=\Delta$, A_{ij} – алгебраическое дополнение B_{ij}, $a_j=a_j(\varphi)$, $b_j=b_j(\varphi)$, $k=3-j$. Определяя из (10) F_j и G_j и подставляя их в (8), (9), получим выражения для трансформант компонент напряжения. В первом случае в клине D':

$$\langle\sigma_r'\rangle=\sum_{i=1}^{4}T_i\left[\sum_{j=1}^{4}a_j^{-s}b_j^2A_{ij}\right]\Delta^{-1},\qquad \langle\sigma_\varphi'\rangle=\sum_{i=1}^{4}T_i\left[\sum_{j=1}^{4}a_j^{2-s}A_{ij}\right]\Delta^{-1}$$

$$\langle \tau_{r\varphi}' \rangle = -\sum_{i=1}^{4} T_i \left[\sum_{j=1}^{4} a_j^{1-s} b_j A_{ij} \right] \Delta^{-1} \tag{11}$$

В клине D'' трансформанты напряжения $\langle \sigma_{ij}'' \rangle$ выражаются аналогично. Во втором случае в клине D':

$$\langle \sigma_r' \rangle = \sum_{i=1}^{4} T_i \left[\sum_{j=1}^{q} a_j^{-s} b_j^2 \{A_{ij} + (2b_j^{-1} b_k - s a_j^{-1} a_k) A_{ij+2}\} \right] \Delta^{-1}$$

$$\langle \sigma_\varphi' \rangle = \sum_{i=1}^{4} T_t \left[\sum_{j=1}^{q} a_j^{2-s} \{A_{ij} + (2-s) a_j^{-1} a_k A_{ij+2}\} \right] \Delta^{-1} \tag{12}$$

$$\langle \tau_{r\varphi}' \rangle = -\sum_{i=1}^{4} T_i \left[\sum_{j=1}^{2} a_j^{1-s} b_j \{A_{ij} + ((1-s) a_j^{-1} a_k + b_j^{-1} b_k) A_{ij+2}\} \right] \Delta^{-1}$$

В клине D'' трансформанты напряжения $\langle \sigma_{ij}'' \rangle$ выражаются аналогично. В третьем случае в клине D':

$$\langle \sigma_r' \rangle = \sum_{i=1}^{4} T_i \left[\sum_{j=1}^{4} a_j^{-s} b_j^2 A_{ij} \right] \Delta^{-1}, \qquad \langle \sigma_\varphi' \rangle = \sum_{i=1}^{4} T_i \left[\sum_{j=1}^{4} a_j^{2-s} A_{ij} \right] \Delta^{-1} \tag{13}$$

$$\langle \tau_{r\varphi}' \rangle = -\sum_{i=1}^{4} T_i \left[\sum_{j=1}^{4} a_j^{1-s} b_j A_{ij} \right] \Delta^{-1}$$

а в клине D'' $(k=11-j)$:

$$\langle \sigma_r'' \rangle = \sum_{i=1}^{4} T_i \left[\sum_{j=5}^{6} a_j^{-s} b_j^2 \{A_{ij} + (2b_j^{-1} b_k - s a_j^{-1} a_k) A_{ij+2}\} \right] \Delta^{-1}$$

$$\langle \sigma_\varphi'' \rangle = \sum_{i=1}^{4} T_i \left[\sum_{j=5}^{6} a_j^{2-s} \{A_{ij} + (2-s) a_j^{-1} a_k A_{ij+2}\} \right] \Delta^{-1} \tag{14}$$

$$\langle \tau_{r\varphi}'' \rangle = -\sum_{i=1}^{4} T_i \left[\sum_{j=5}^{6} a_j^{1-s} b_j \{A_{ij} + ((1-s) a_j^{-1} a_k + b_j^{-1} b_k) A_{ij+2}\} \right] \Delta^{-1}$$

Найдем поле напряжений из трансформант $\langle \sigma_{ij} \rangle$, которые определены в той же области, где и преобразования Мелина функций $n(r)$ и $r(t)$. Будем рассматривать n и t, удовлетворяющие следующим условиям (покажем на примере $t(r)$): существуют такие $\delta_0 > 0$, $\delta_\infty > 0$, что

$$t(r) = t^\circ \ln r + \sum_{n=0}^{\infty} t_{n0} r^{\varkappa_n} \ \text{при} \ r < \delta_0; \quad t(r) = \sum_{n=0}^{\infty} t_{n\infty} r^{\gamma_n} \ \text{при} \ r > \delta_\infty; \quad t(r) \in L(\delta_0, \delta_\infty)$$

где $\{\varkappa_n\}$ – возрастающая, а $\{\gamma_n\}$ – убывающая последовательности ($\varkappa_n$, γ_n не обязательно целые).

Если $\varkappa_0 > \gamma_0$, то преобразование Мелина такой функции существует в полосе $-\varkappa_0 < \operatorname{Re} s < -\gamma_0$ (для выполнения (7) будем считать, что $\varkappa_0 > -1 \geqslant \gamma_0$). Его можно аналитически продолжить на всю комплексную плоскость следующим образом:

$$\langle t \rangle = t^\circ \delta_0^s \left(\frac{\ln \delta_0}{s} - \frac{1}{s^2} \right) + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t_{n0}}{\varkappa_n + s} \delta_0^{\varkappa_n + s} + \int_{\delta_0}^{\delta_\infty} t(r) r^{s-1}\, dr + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t_{n\infty}}{\gamma_n + s} \delta_\infty^{\gamma_n + s} \tag{15}$$

Подставляя в качестве T_i таким образом продолженные трансформанты усилий на границе, получаем аналитическое продолжение $\langle \sigma_{ij} \rangle$, которое аналитично везде, за исключением точек полюсов T_i и полюсов сомножителей при T_i в (11)–(14). Путь интегрирования при обратном преобразовании должен лежать в полосе

$$x_1 < c < x_2, \qquad x_1 = \max_{\operatorname{Re} s_k < 1} (\operatorname{Re} s_k), \qquad x_2 = \min_{\operatorname{Re} s_k \geqslant 1} (\operatorname{Re} s_k)$$

где s_k – точки полюсов $\langle \sigma_{ij} \rangle$. В противном случае не будет удовлетворяться (7).

Явный вид функций $\sigma_{ij}(r, \varphi)$ может быть получен численным интегрированием, но для асимптотического анализа поля напряжений при $r \to 0$ удобнее воспользоваться теорией вычетов. Для ее применения необходимо, чтобы $\langle \sigma_{ij} \rangle$ равномерно по $\arg(s)$ стремились к нулю на некоторой системе полуокружностей ρ_k, такой, что $|s(\rho_k)| \to \infty$, $k \to \infty$, ρ_k лежат левее пути интегрирования c.

Так как множители при T_i в (11)–(14) представляют собой сумму экспонент, деленную на другую сумму экспонент (во втором и в третьем случаях экспоненты помножены на полиномы от s), то они растут не быстрее некоторой экспоненты, когда $s \to \infty$ вдоль радиуса $\arg(s) = \mathrm{const}$. Причем на радиусах, совпадающих с мнимой осью, числитель этой дроби растет не быстрее знаменателя. Но T_i имеют вид (15) и, так как рассматривается напряженное состояние лишь при малых r, то, изменяя масштаб, можно сделать δ_0, δ_∞ достаточно большими, чтобы $\langle \sigma_{ij} \rangle$ убывали равномерно. Итак

$$\sigma_{ij} = \sum_{(s_k)} \operatorname{res}_{s_k} (\langle \sigma_{ij} \rangle r^{-s})$$

где s_k – полюсы $\langle \sigma_{ij} \rangle$, взятые в порядке убывания их модулей, причем $\operatorname{Re} s_k < 1$.

Если $\langle \sigma_{ij} \rangle$ имеют полюсы первого порядка, то соответствующие им члены будут иметь вид $\operatorname{res} (\langle \sigma_{ij} \rangle) r^{-s_k}$; если порядок полюса выше первого, то добавятся члены, содержащие различные степени $\ln r$, умноженные на r^{-s_k}. Следовательно, сингулярные члены в выражениях для σ_{ij} появятся, если $\langle \sigma_{ij} \rangle$ имеют полюсы в полосе $0 \leqslant \operatorname{Re} s < 1$. Причем максимальная степень сингулярности будет равна действительной части корня, ближайшего к прямой $\operatorname{Re} s = 1$.

Если усилия на границе $t(r)$, $n(r) \to 0$ при $r \to 0$, то степень сингулярности зависит только от нулей $\Delta(s)$ в полосе $0 \leqslant \operatorname{Re} s < 1$ и поведения в этих точках членов в квадратных скобках в (11)–(14). Так как $\Delta(s)$ представляет собой сумму экспонент с различными показателями, помноженными на полиномы от s, то в данной полосе корни $\Delta(s)$ имеются лишь в некотором прямоугольнике $|\operatorname{Im} s| < \Gamma$, и границу Γ можно легко оценить. Это существенно упрощает процедуру нахождения корней численными методами.

Из (8)–(14) видно, что во всех трех случаях σ_{ij} зависят от количества комбинаций упругих констант β_{km}, на два меньшего, чем суммарное количество этих констант для двух различных тел в плоской задаче. Так, для первого случая, если клинья состоят из неортотропных материалов, вместо 12 констант β'_{km}, β''_{km} имеет зависимость лишь от 10. В качестве таких можно выбрать

$$\mu_1, \ \mu_3, \ \mu_5, \ \mu_7, \ \frac{2\beta_{12}'' + \beta_{66}''}{2\beta_{12}' + \beta_{66}'}, \ \frac{\beta_{12}' - \beta_{12}''}{2\beta_{12}' + \beta_{66}'}$$

где μ_j – комплексные числа. Если оба материала ортотропны, т. е. $\beta_{26} = \beta_{16} = 0$, то при $(2\beta_{12} + \beta_{66})^2 > 4\beta_{11}\beta_{22}$ $\arg(\mu_1) = \arg(\mu_3) = \arg(\mu_5) = \arg(\mu_7) = \pi/2$ и вместо восьми констант остается шесть; при $(2\beta_{12} + \beta_{66})^2 < 4\beta_{11}\beta_{22}$

$$\left| \frac{\mu_3}{\mu_1} \right| = \left| \frac{\mu_7}{\mu_5} \right| = 1, \qquad \arg(\mu_1) + \arg(\mu_3) = \arg(\mu_5) + \arg(\mu_7) = \frac{\pi}{2}$$

опять имеем шесть независимых констант и т. д.

Аналогичные результаты были получены для изотропных составных тел Дандерсом [5, 6]. К сожалению, большое количество остающихся констант не позволяет здесь применить наглядное представление зависимости от них степени сингулярности, как это предложено в [5, 6].

Использованным в данной работе методом можно решить также задачу с заданными на границе перемещениями и смешанную задачу.

Автор глубоко признателен Ю. Н. Работнову за внимание к работе и обсуждение полученных результатов.

Поступила 24 X 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. *Bogy D. B.* Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading. Trans. ASME. Ser. E, J. Appl. Mech., 1968, vol. 35, No. 3.
2. *Bogy D. B.* On the problem of edge-bonded quarter-planes loaded at the boundary. Internat. J. Solids and Structures, 1970, vol. 6, No. 9.
3. *Bogy D. B.* Two edge-bonded elastic wedges of different materials and wedge angles under surfase traction. Trans. ASME. Ser. E, J. Appl. Mech., 1971, vol. 38, No. 2.
4. *Hein V. L., Erdogan F.* Stress singularities in a two-material wedge. Internat. J. Fracture Mech., 1971, vol. 7, No. 3.
5. *Dundurs J.* Effect of elastic constants on stress in a composite under plane deformation. J. Compos. Mater., 1967, vol. 1, No. 3.
6. *Dundurs J.* Discussion on the paper: Bogy D. B. Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges under normal and shear loading. Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech., 1969, vol. 36, No. 3.
7. *Benthem J. P.* On the stress distribution in anisotropic infinite wedges. Quart. Appl. Math., 1963, vol. 21, No. 3.
8. *Bogy D. B.* The plane solution for anisotropic elastic wedges under normal and shear loading. Trans. ASME. Ser. E. J. Appl. Mech., 1972, vol. 39, No. 4. (Рус. перев.: Прикл. механ. Тр. Америк. о-ва инж.-механ. Сер. Е, 1972, т. 39, № 4.)
9. *Алексанян Р. К.* Об одном классе решений уравнений плоской задачи теории упругости анизотропного тела. Докл. АН АрмССР, 1975, т. 61, № 4.
10. *Лехницкий С. Г.* Теория упругости анизотропного тела. М.– Л., Гостехиздат, 1950.